

USO DE UM MODELO MATEMÁTICO NO ESTUDO DO DESENVOLVIMENTO DE MUDAS DE *Brosimum gaudichaudii* Tréc.

Rozilaine Aparecida Pelegrini Gomes de Faria

Professora do Departamento de Química e Meio Ambiente, Instituto Federal de Educação Tecnológica de Mato Grosso (IFMT - Campus Cuiabá - Bela Vista), Rua Juliano Costa Marques, S/N, Bela Vista, 78050-560, Cuiabá, MT.

Maria de Fatima Barbosa Coelho

Professora Titular, Universidade da Integração Internacional da Lusofonia Afro Brasileira - UNILAB, Avenida da Abolição, 7, Redenção, CE, 62790-000, coelhomfstrela@gmail.com

Mariano E. Martinez

Professor, Programa de Pós-Graduação em Agricultura Tropical FAMEV/UFMT, Avenida Fernando Correa da Costa, s/n, Cuiabá, MT, 78060-900.

Rodrigo Aleixo Brito de Azevedo

Professor, Universidade da Integração Internacional da Lusofonia Afro Brasileira- UNILAB, Avenida da Abolição, 7, Redenção, CE, 62790-000.

Resumo - *Brosimum gaudichaudii* Tréc. (Moraceae), espécie típica do cerrado, é popularmente conhecida como algodãozinho e muito apreciada pelo sabor adocicado dos seus frutos e como planta medicinal. A utilização de modelos matemáticos para avaliar o desenvolvimento de espécies em áreas de risco pode auxiliar trabalhos futuros no repovoamento de áreas degradadas. Este trabalho teve por objetivo avaliar a altura de plântulas de *B. gaudichaudii* utilizando como ferramenta o modelo estatístico polinomial ortogonal com distribuição normal. Os tratamentos consistiram de três porcentagens de sombreamento (30%, 65% e pleno sol) e três tamanhos de semente (pequena, média, e grande) em delineamento inteiramente casualizado no arranjo fatorial 3x3 com quatro repetições de 20 sementes. Através da obtenção da equação do modelo verificou-se que o sombreamento foi mais significativo do que o tamanho da semente e o efeito de interação entre tamanho da semente e sombreamento tiveram pequena influência na altura da planta. Conclui-se que a equação $y = 7,82 + 1,59x_1 + 2,50x_2 - 0,081x_1^2 + 0,205x_2^2 + 0,414x_1x_2$, gerada pelos dados obtidos em campo, explica o modelo adotado para a avaliação da altura de plântulas em função do tamanho da semente e da porcentagem de sombreamento.

Palavras chave: *Brosimum gaudichaudii*, sombreamento, tamanho de semente, modelo polinomial.

USE OF A MATHEMATICAL MODEL IN THE STUDY OF THE DEVELOPMENT OF SEEDLINGS *Brosimum gaudichaudii* Trec.

Summary - *Brosimum gaudichaudii* Trec. (Moraceae), a species typical of the Cerrado, is popularly known as algodãozinho and much appreciated by the sweet taste of its fruit and as a medicinal plant. The use of mathematical models to evaluate the development of species at risk areas may assist future work in reforestation of degraded areas. This study aimed to evaluate the height of seedlings of *B. gaudichaudii* using the statistical model as a tool orthogonal polynomial with normal distribution. Treatments consisted of three percentages of shading (30% and 65% and full sun) and three seed sizes (small, medium and large) in a completely randomized 3x3 factorial arrangement with four replications of 20 seeds. By obtaining the equation of the model showed that the shading was more significant than the size of the seed and the interaction effect between seed size and shading had little influence on plant height. We conclude that the equation, generated by the data obtained in the field, $y = 7,82 + 1,59x_1 + 2,50x_2 - 0,081x_1^2 + 0,205x_2^2 + 0,414x_1x_2$, explains the model adopted for the evaluation of the height of seedlings according to seed size and percentage of shading.

Key words: *Brosimum gaudichaudii*, shading, seed size, polynomial models.

INTRODUÇÃO

A flora do Cerrado é bem característica, diferenciando-se da vegetação dos biomas vizinhos. A distribuição dessa vegetação está condicionada a diversos fatores tais como nível do lençol freático, frequência de queimadas, pastejo, ação antrópica, extrativismo vegetal (RATTER e RIBEIRO, 1996; RIBEIRO e WALTER, 1998). No Estado de Mato Grosso, o cerrado ocupava cerca de 28,5% dos seus 881.001 km², e a sua destruição tem ocorrido principalmente pelo extrativismo, expansão dos cultivos anuais e pastagens. Além disso, a riqueza de espécies também está sendo afetada pelas extrações de lenha, ramos, folhas, flores secas e frutos, a um ponto em que a coleta supera a capacidade de regeneração natural da vegetação, tornando-o recurso não renovável (RIBEIRO e SILVA, 1996).

Segundo FERNANDEZ (2002), estudos sobre a conservação e propagação de espécies nativas contribuem para minimizar a perda da biodiversidade. São muitas as espécies medicinais consagradas que possuem técnicas de cultivo e beneficiamento bem definidas, principalmente no exterior, mas no Brasil as informações quanto aos aspectos agrônomicos são ainda restritas (SCHEFFER et al., 1999).

Brosimum gaudichaudii Tréc. pertence à família Moraceae, é conhecida em Mato Grosso como algodãozinho, marjejum, ou mama-cadela, sendo uma espécie muito apreciada pelo sabor adocicado dos seus frutos e na utilização das cascas do caule e da raiz no tratamento do vitiligo, doença que causa descoloração da pele e ainda sem explicação pela medicina. Esta espécie típica do Cerrado está sob ameaça por estar inserida em um ambiente em constante mudança, seja por queimadas espontâneas, seja pela constante expansão da fronteira agrícola. Assim, é necessário conhecer as características da planta para a produção de mudas a fim de repovoar os locais devastados. A avaliação do desenvolvimento de plântulas poderá ser feita por várias técnicas, mas a aplicação do modelo polinomial ortogonal múltiplo é mais adequada, na interpretação dos dados coletados em campo quando se desenvolve um experimento com tratamento em dois fatores e três níveis (MARTINEZ e CALIL, 2003).

Este trabalho teve por objetivo avaliar a altura durante o desenvolvimento de plântulas de *B. gaudichaudii* utilizando como ferramenta o modelo estatístico polinomial ortogonal com distribuição normal.

MATERIAL E MÉTODOS

Desenvolvimento de plântulas

$$y = a_0 + \sum_{i=1}^k a_i x_i^c + \sum_{i=1}^k a_{ii} x_i^{2c} + \sum_{i=1}^{k-1} \sum_{\substack{j=2 \\ i < j}}^k a_{ij} x_i^c x_j^c + \varepsilon_i^c \quad 1)$$

As sementes foram obtidas de frutos maduros de algodãozinho (*Brosimum gaudichaudii* Tréc.) coletados em outubro-novembro de 2005, na comunidade de Mata Cavalos, coordenadas 15°50'34,9"S e 56°24'03,0"W e distante 10km da sede do município de Nossa Senhora do Livramento - MT.

Os frutos foram lavados e a polpa foi retirada manualmente para a obtenção das sementes, no Laboratório de Análise de Sementes da Faculdade de Agronomia e Medicina Veterinária da Universidade Federal de Mato Grosso. As sementes foram classificadas em três diferentes tamanhos: pequena - P (± 1 cm de maior comprimento), média - M ($\pm 1,5$ cm) e grande - G (± 2 cm), e imersas em hipoclorito de sódio para desinfecção, lavadas e retirado todo o tegumento com o auxílio de uma pinça evitando a separação dos cotilédones. Em seguida foram semeadas em sacolas de polietileno preenchidas com terra preta.

Os tratamentos consistiram de três porcentagens de sombreamento (0% - a pleno sol, 30% e 65% obtidos com tela de sombrite) e três tamanhos de semente (pequena, média e grande). O delineamento experimental inteiramente casualizado no arranjo fatorial 3x3 com quatro repetições de 20 sementes. O experimento foi conduzido na Casa de Vegetação da Faculdade de Engenharia Florestal, da Universidade Federal de Mato Grosso, Cuiabá-MT, no período de dezembro de 2005 a abril de 2006 e os dados de altura da planta foram coletados mensalmente após 30 dias da semeadura durante o período de 4 meses. A irrigação foi realizada até duas vezes por dia, exceto no dias de chuva.

Modelo estatístico

Em muitas situações práticas de agronomia desconhece-se a forma da relação entre a variável dependente e as variáveis independentes. Nestes casos, deve-se determinar uma aproximação adequada da função real e o conjunto de variáveis independentes, geralmente utilizando polinômios de primeira e segunda ordem. Em geral, os polinômios de segunda ordem são os mais utilizados, pois estes permitem analisar uma curva da resposta, isto é, possibilitam modelar com uma curva a relação entre a resposta e cada fator (MARTINEZ, 2001). Segundo o autor, existe uma relação entre os níveis de cada fator e a ordem de polinômio utilizado. Assim, num modelo de segunda ordem devem ser considerados pelo menos três níveis de cada fator para que os coeficientes do modelo sejam estimados.

A forma geral de um modelo de segunda ordem (também denominada função quadrática), considerando um planejamento de experimento com mais de dois níveis por cada fator é dado por Martinez e Calil (2003):

onde, y é a variável resposta, neste caso a altura medida das plântulas, enquanto que x_i^c são as variáveis independentes codificadas (-1, 0, 1) que influem em y_i . Os coeficientes a_0 , a_i ($i=1, 2, \dots, k$), a_{ii} ($i=1, 2, \dots, k$), a_{ij} ($i=1, 2, \dots, k; j=1, 2, \dots, k$) são parâmetros desconhecidos que serão estimados e ε_i^c é o erro aleatório ou resíduo.

Quando se utiliza um planejamento fatorial as variáveis independentes podem ser codificadas facilitando os cálculos e interpretações e possibilitando estimativas mais exatas dos parâmetros. Ainda para obter melhores estimadores a matriz de planejamento das variáveis independentes pode ser ortogonalizada. A ortogonalidade

em matrizes é uma ferramenta de grande utilidade, pois facilita o cálculo dos parâmetros estimados de um modelo, além de evitar os problemas de correlação algumas vezes presentes em outros modelos. Uma outra vantagem é que se pode decompor a soma dos quadrados da regressão em componentes com apenas 1 grau de liberdade, cada uma das quais correspondendo à quantidade de variação de Y explicada por um dado fator (MARTINEZ et al., 2006).

Assim utilizando a ortogonalização o modelo da Expressão (1) na forma geral pode ser escrito como:

$$\tilde{Y} = X\tilde{A} + \tilde{\varepsilon} \quad 2)$$

que é o modelo polinomial ortogonal múltiplo da distribuição normal, onde $\tilde{\varepsilon}$ é o erro aleatório do modelo com distribuição normal, com média zero e variância constante.

Um caso particular do modelo dado na Expressão (2) foi aplicado neste trabalho para o experimento

$$Y_i = a_0 + a_1x_{1i} + a_2x_{2i} + a_3x_{1i}^2 + a_4x_{2i}^2 + a_5x_{1i}x_{2i} + \varepsilon \quad 3)$$

em que os parâmetros são estimados pelo método dos mínimos quadrados.

Este experimento contém 2 fatores com 3 níveis e 4 réplicas, então para aplicação do modelo dado pela

desenvolvido em campo, no qual se utilizou duas variáveis independentes ($k = 2$): o tamanho da semente e a % de sombreamento. Neste caso, a equação do modelo é dada por:

Expressão (3) a matriz de planejamento ortogonalizada deve corresponder a 9 valores repetidos 4 vezes, dada por (MARTINEZ et al., 2003):

$$X = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 & -2 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & -1 & 1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 0 & 1 & -2 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & -2 & -2 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & -2 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & -2 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

A adequação do modelo pode ser verificada através dos gráficos de resíduos e após esta análise o coeficiente de determinação (R^2) também pode ser utilizado.

Para a análise dos dados foi utilizado o modelo dado pela Expressão (3), onde as variáveis independentes foram codificadas sendo -1, 0 e 1 conforme Tabela 1.

TABELA 1. Arranjo fatorial com 2 fatores e 3 níveis cada.

Código dos níveis	x_i^c	-1	0	1
Tamanho da semente	x_1^*	P	M	G
% sombreamento	x_2^*	0	30	65

x_i^c : variável independente codificada

Os resultados encontram-se na Tabela 2 sendo apresentadas as variáveis independentes codificadas e ortogonalizadas e a altura média das plântulas (y) em cm.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

TABELA 2. Tamanho da semente (x_1), % de sombra (x_2), altura (y) em *Brosimum gaudichaudii*.

x_0	x_1	x_2	x_1^2	x_2^2	$x_1 x_2$	y
1	-1	-1	1	1	1	4,3800
1	-1	-1	1	1	1	3,4500
1	-1	-1	1	1	1	4,7143
1	-1	-1	1	1	1	4,8833
1	-1	0	-2	1	0	5,9000
1	-1	0	-2	1	0	5,4100
1	-1	0	-2	1	0	7,8000
1	-1	0	-2	1	0	5,5375
1	-1	1	1	1	-1	9,1167
1	-1	1	1	1	-1	8,7778
1	-1	1	1	1	-1	9,8750
1	-1	1	1	1	-1	7,3700
1	0	-1	1	-2	0	5,2000
1	0	-1	1	-2	0	5,6857
1	0	-1	1	-2	0	4,7000
1	0	-1	1	-2	0	4,3250
1	0	0	-2	-2	0	8,1000
1	0	0	-2	-2	0	6,2125
1	0	0	-2	-2	0	9,6800
1	0	0	-2	-2	0	7,2000
1	0	1	1	-2	0	9,4000
1	0	1	1	-2	0	6,2500
1	0	1	1	-2	0	10,9500
1	0	1	1	-2	0	11,1667
1	1	-1	1	1	-1	6,1500
1	1	-1	1	1	-1	6,0077
1	1	-1	1	1	-1	7,1700
1	1	-1	1	1	-1	6,2000
1	1	0	-2	1	0	9,8364
1	1	0	-2	1	0	8,9250
1	1	0	-2	1	0	10,8667
1	1	0	-2	1	0	10,2563
1	1	1	1	1	1	14,3143
1	1	1	1	1	1	13,0857
1	1	1	1	1	1	11,0222
1	1	1	1	1	1	11,4353

x_1^2, x_2^2 : efeito quadrático da variável codificada; $x_1 x_2$: efeito quadrático resultante da interação $x_1 x_2$.

Na Figura 1 pode-se observar que a variância dos bem distribuídos em torno do zero, mostrando um valor resíduo é constante, isto é, esses valores se encontram considerado fora da região do intervalo de confiança de

95% e destacado por um quadrado, que corresponde a altura média de 6,2125cm. Provavelmente devido a emergência da semente ter ocorrido próximo do dia da

medida de altura, ocasionando um valor médio menor da média geral dos dados para o tratamento tamanho médio da semente e 30% de sombreamento.

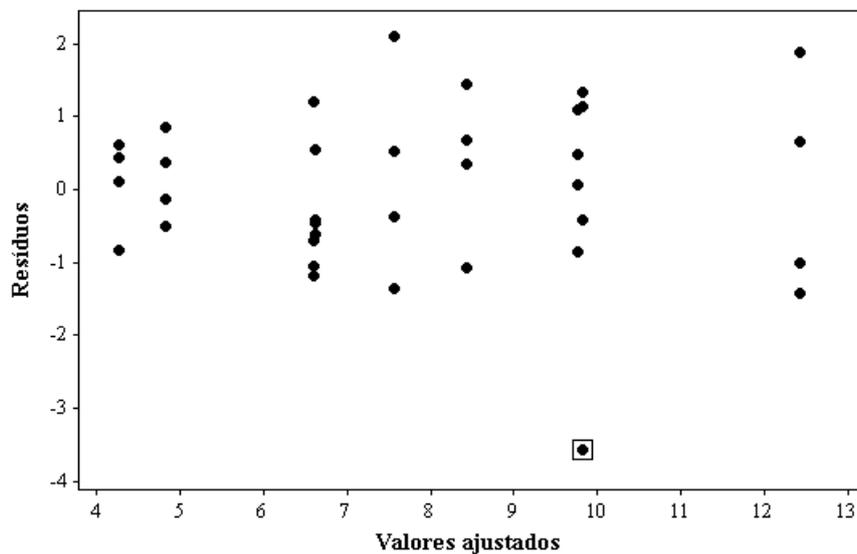


FIGURA 1. Gráfico dos resíduos contra valores ajustados para a altura de mudas de *Brosimum gaudichaudii*.

Analisando a Figura 2 pode-se observar que os dados apresentam uma distribuição normal, pois os resíduos estão distribuídos ao redor de uma reta. O ponto que se localiza fora da reta não compromete o modelo proposto. O gráfico da Figura 2 é construído a partir da percentagem contra os resíduos ordenados. A percentagem é calculada

pela fórmula de Bernard, dada por $\% = (i - 0,3) / (n + 0,4) \times 100$, para $i = 1, \dots, n$. Assim da Figura 1 e 2 podemos concluir que o modelo proposto é adequado.

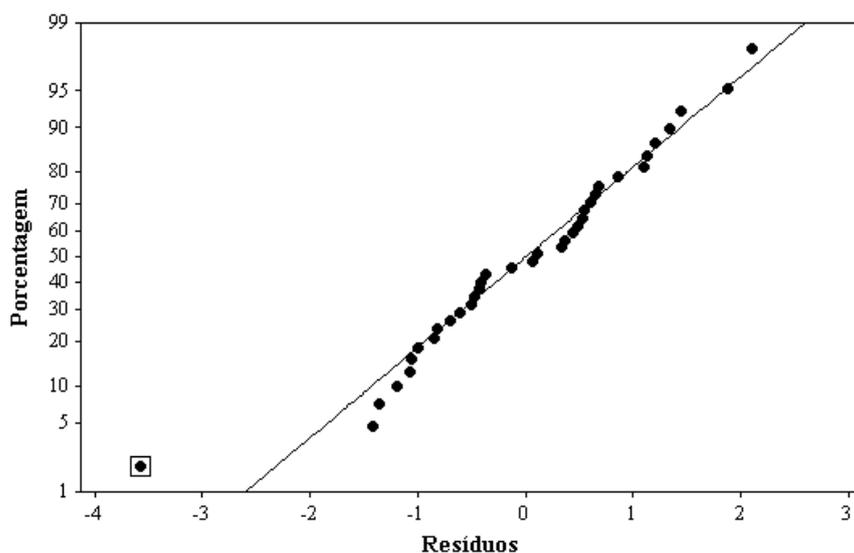


FIGURA 2. Gráfico de probabilidade normal dos resíduos da altura de *Brosimum gaudichaudii*.

De acordo com os dados obtidos e os gráficos gerados a partir do modelo e das medidas de campo obteve-se a equação da regressão múltipla que explica o modelo:

$$y = 7,82 + 1,59x_1 + 2,50x_2 - 0,081x_1^2 + 0,205x_2^2 + 0,414x_1x_2 \quad 3)$$

onde x_1 e x_2 representam as variáveis independentes.

Observa-se que o efeito linear para sombra (x_2) foi mais significativo do que para o tamanho da semente (x_1) (Tabela 3). Os efeitos quadráticos para o tamanho da semente não foram significativos (x_1^2); os efeitos quadráticos (x_2^2) e de interação entre tamanho da semente e sombreamento (x_1x_2) tiveram pequena influencia na altura(y) da planta.

TABELA 3 – Coeficientes de regressão das variáveis independentes, DP, T, p em *Brosimum gaudichaudii*.

Variável	Coefficiente	DP	T	p
Constante	7,8154	0,2008	38,92	0,000
x_1	1,5856	0,2460	6,45	0,000
x_2	2,4957	0,2460	10,15	0,000
x_1^2	-0,0808	0,1420	-0,57	0,574
x_2^2	0,2048	0,1420	1,44	0,160
x_1x_2	0,4136	0,3012	1,37	0,180

DP: desvio padrão, $p < 0,05$: a variável apresenta efeito significativo.

O modelo encontrado apresentou coeficiente de determinação de 83,2% ($R^2=83,2\%$) indicando que o modelo explica a variação dos dados sendo, portanto adequado. Na Tabela 4 encontram-se os valores encontrados para a análise de variância (ANOVA).

TABELA 4 – Análise de Variância (ANOVA) em *Brosimum gaudichaudii*

FV	GL	SQ	MS	F	p
Regressão	5	216,057	43,211	29,76	0,000
Resíduo	30	43,559	1,452		
Total	35	259,616			

$p < 0,10$: há diferença entre os tratamentos

O sombreamento foi mais significativo para o desenvolvimento da altura do que o tamanho da semente, enquanto o efeito de interação entre tamanho da semente e sombreamento tiveram pequena influencia na altura da planta. A utilização de modelos matemáticos para avaliar o desenvolvimento de espécies em áreas de risco pode auxiliar trabalhos futuros no repovoamento de áreas degradadas pois a manutenção da espécie em seu habitat de origem é primordial para o equilíbrio de biomas tão ricos como o Cerrado, onde as constantes agressões põem em risco a conservação da biodiversidade, além de seu uso como planta medicinal pela população.

CONCLUSÕES

Para o experimento em campo com *Brosimum gaudichaudii* é adequado o uso da equação $y = 7,82 + 1,59x_1 + 2,50x_2 - 0,081x_1^2 + 0,205x_2^2 + 0,414x_1x_2$ em que y =altura da muda, x_1 =tamanho da semente e

x_2 =porcentagem de sombreamento.

REFERÊNCIAS

- FERNANDEZ, J. R. C. Efeito de substrato, recipiente e adubação na formação de mudas de mangabeira (*Hancornia speciosa* Gomes). 2002. 65p. Dissertação (Mestrado em Agricultura Tropical) – Faculdade de Agronomia e Medicina Veterinária - Universidade Federal de Mato Grosso.
- MARTINEZ, M. E. Desenvolvimento de um modelo estatístico para aplicação no estudo de fadiga em emendas dentadas de madeira. 2001. 160p. Tese (Doutorado) - Escola de Engenharia de São Carlos / Instituto de Física de São Carlos/Instituto de Química de São Carlos da Universidade de São Paulo.
- MARTINEZ, M. E.; CALIL, C. J. Statistical design and orthogonal polynomial model to estimate the tensile

fatigue strength of wooden finger joints. *International Journal of Fatigue*, v.25, p.237-243, 2003.

MARTINEZ-ESPINOSA, M.; SANDANIELO, V. L. M.; LOUZADA-NETO, F. O método de bootstrap para o estudo de dados de fadiga dos materiais. *Revista de Matemática e Estatística*, v.24, n.2, p.41-54, 2006.

MASON, R. L.; GUNST, R. F.; HESS, J. L. *Statistical Design and Analysis of Experiments With Applications to Engineering and Science*. USA: John Wiley & Sons, 2003. 746p.

RATTER, J. A.; RIBEIRO, J. F. Biodiversity of the flora of the cerrado. In: *SIMPÓSIO SOBRE O CERRADO*, 8., Brasília, 1996. Anais... Planaltina: Embrapa - CPAC, 1996. p. 3-5.

RIBEIRO, J. F.; SILVA, J. C. S. Manutenção e recuperação da biodiversidade do bioma Cerrado. In: *SIMPÓSIO SOBRE O CERRADO*, 8., Brasília, 1996. Anais... Planaltina: Embrapa - CPAC, 1996. p. 10-4.

RIBEIRO, J. F.; WALTER, B. M. T. Fitofisionomias do bioma Cerrado. In: SANO, S.M.;

ALMEIDA, S. P. (Ed.) *Cerrado: Ambiente e Flora*. Planaltina: Embrapa-CPAC, 1998, p. 89-166.

SCHEFFER, M. C.; MING, L. C.; ARAÚJO, A. J. Conservação de recursos genéticos de plantas medicinais. Disponível em: <http://www.cpatsa.embrapa.br/livroorg>. Acesso em: 25 mai 2009.

Recebido em 06 11 2011

Aceito em 29 12 2011